

Programme de colle : semaine 18  
du 2 au 6 mars 2020

***Convergences et approximations en probabilités***

1. Convergence en probabilité  
Définition, exemples. Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev. Loi faible des grands nombres, cas particulier d'une suite de variables de Bernoulli, interprétation. Composition par une fonction continue (admis).
2. Convergence en loi  
Définition, caractérisation dans le cas d'une suite de variables à valeurs entières, exemples. Théorème central limite (admis), interprétation. Lemme de Slutsky (admis), composition par une fonction continue (admis).
3. Approximations  
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson (cas des événements rares) ou la loi normale. Approximation de la loi de Poisson par la loi normale. *Les conditions pratiques de validité des approximations doivent être rappelées aux étudiants.*

***Endomorphismes et matrices symétriques***

1. Endomorphismes et matrices symétriques  
Endomorphismes symétriques : définition, caractérisation matricielle, endomorphismes symétriques parmi les projecteurs, si  $u$  symétrique stabilise  $F$  alors il stabilise  $F^\perp$ . Réduction des endomorphismes symétriques. Réduction des matrices symétriques réelles.
2. Application à l'étude du signe d'une forme quadratique  
Formes quadratiques sur  $\mathbb{R}^n$  : définition, représentation matricielle. Forme polaire, matrice symétrique et endomorphisme symétrique associés à une forme quadratique. Inégalité  $\alpha \|x\|^2 \leq q(x) \leq \beta \|x\|^2$  où  $\alpha$  et  $\beta$  désignent les plus petite et grande valeur propre de la matrice symétrique associée à  $q$ , avec cas d'égalité. Étude du signe d'une forme quadratique en fonction des valeurs propres de la matrice symétrique associée, application à la caractérisation des formes bilinéaires positives et définies-positives.

*Remarque.* Les résultats concernant le signe d'une forme quadratique ne sont pas explicitement au programme et doivent être redémontrés en cas de besoin.