

Programme de colle : semaine 17  
du 24 au 28 février 2020

**Fonctions de plusieurs variables : calcul différentiel**

*Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur un ouvert de  $\mathbb{R}^n$  et à valeurs réelles.*

1. Objets du calcul différentiel du premier ordre  
Dérivées partielles et gradient. Dérivées directionnelles. Développement limité : définition, unicité, expression à l'aide du gradient ou des dérivées partielles, hyperplan tangent, lien entre dérivée directionnelle et gradient. Interprétation du gradient.
2. Fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$   
Définition et théorème fondamental (admis) : toute fonction de classe  $\mathcal{C}^1$  admet en tout point un développement limité d'ordre 1 (donc est continue). Théorèmes opératoires (en particulier, dérivation d'une composée  $t \in \mathbb{R} \mapsto f(\gamma_1(t), \dots, \gamma_n(t))$ ).
3. Calcul différentiel du second ordre  
Dérivées partielles secondes. Fonctions de classe  $\mathcal{C}^2$ , théorèmes opératoires, théorème de Schwarz (admis), matrice et forme hessienne en un point. Dérivée directionnelle seconde, développement limité d'ordre 2.

Introduction en TD aux problèmes d'extremums sur un ouvert : définition, lien avec les points critiques, exemples.

**Convergences et approximations en probabilités**

1. Convergence en probabilité  
Définition, exemples. Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev. Loi faible des grands nombres, cas particulier d'une suite de variables de Bernoulli, interprétation. Composition par une fonction continue (admis).
2. Convergence en loi  
Définition, caractérisation dans le cas d'une suite de variables à valeurs entières, exemples. Théorème central limite (admis), interprétation. Lemme de Slutsky (admis), composition par une fonction continue (admis).
3. Approximations  
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson (cas des événements rares) ou la loi normale. Approximation de la loi de Poisson par la loi normale. *Les conditions pratiques de validité des approximations doivent être rappelées aux étudiants.*