ECS2 – Lycée La Bruyère, Versailles
Mathématiques

Programme de colle : semaine 9

du 25 au 29 novembre 2019

Diagonalisation

1. Diagonalisation naïve des matrices carrées et applications
   Définition : une matrice carrée est diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale. Définition des valeurs et colonnes propres. Méthode de diagonalisation effective : recherche d'une matrice inversible P dont les colonnes sont propres pour A. Méthode pratique de recherche des valeurs propres. Application au calcul des puissances d'une matrice carrée.
2. Sous-espaces stables par un endomorphisme
   Sous-espaces stables, endomorphisme induit sur un sous-espace stable. Caractérisation matricielle. Cas de sous-espaces supplémentaires stables.
3. Éléments propres d'un endomorphisme et d'une matrice carrée
   Éléments propres d'un endomorphisme. Éléments propres d'une matrice carrée ; valeurs propres d'une matrice triangulaire. Polynômes annulateurs, existence en dimension finie, toute valeur propre est racine d'un polynôme annulateur donné, réciproque fausse. La somme de plusieurs sous-espaces propres est directe, majoration du nombre de valeurs propres en dimension finie.
4. Diagonalisabilité d'un endomorphisme et d'une matrice carrée
   Endomorphismes diagonalisables : existence d'une base de vecteurs propres i.e. dans laquelle la représentation matricielle est diagonale, caractérisation par les sous-espaces propres ou leurs dimensions, cas d'un endomorphisme admettant n valeurs propres en dimension n. Matrices carrées diagonalisables, caractérisation par les sous-espaces propres ou leurs dimensions, cas d'une matrice de $\mathbf{M}_n(\mathbb{K})$ admettant n valeurs propres, lien avec la trace.