ECS2 – Lycée La Bruyère, Versailles
Mathématiques

Programme de colle : semaine 4

du 7 au 11 octobre 2019

Probabilités générales et discrètes (révisions et compléments)

1. Principes généraux du calcul des probabilités
   Étapes de la rédaction d'un calcul de probabilités. « Règles » de calculs en probabilités : probabilité d'un complémentaire, d'une intersection dénombrable décroissante, d'une intersection finie d'événements mutuellement indépendants, formule des probabilités composées, probabilité d'une union dénombrable disjointe, d'une union dénombrable croissante, d'une union finie d'événements mutuellement indépendants, formule du crible de Poincaré (au programme pour 2 ou 3 événements). Formule des probabilités totales. Calcul de probabilités conditionnelles.
2. Variables aléatoires réelles discrètes
   Définition, tribu associée, loi. Espérance, positivité, théorème de transfert (admis), linéarité (admise), croissance, existence par domination. Espérance conditionnelle, formule de l'espérance totale. Variance, $\mathbb{V}(aX + b)$, formule de Kœnig-Huygens, écart-type. Variables centrées, réduites.
3. Lois discrètes classiques
   Lois de Bernoulli, uniforme, binomiale, géométrique, de Poisson. *La loi hypergéométrique n'est plus au programme.*

Vecteurs aléatoires discrets

1. Couples de variables aléatoires discrètes
   Couple aléatoire discret, tribu associée. Loi conjointe et lois marginales, la loi conjointe détermine les lois marginales, la réciproque est fausse. Lois conditionnelles. Indépendance de deux variables aléatoires discrètes : la loi conjointe est le produit des lois marginales.
2. Variable aléatoire fonction de deux variables aléatoires discrètes
   Expression de la loi de $Z = g(X, Y)$ en fonction de la loi conjointe du couple (X, Y). Cas particulier de $Z = X + Y$. Somme de deux variables aléatoires indépendantes suivant deux lois binomiales ou deux lois de Poisson. Espérance : théorème de transfert, linéarité, positivité, croissance, espérance du produit de deux variables indépendantes admettant chacune une espérance. Covariance de deux variables aléatoires admettant chacune un moment d'ordre 2, bilinéarité, symétrie, formule de Kœnig-Huygens, développement de $\mathbb{V}(X+Y)$, deux variables aléatoires indépendantes sont non corrélées, la réciproque est fausse. Coefficient de corrélation linéaire $\rho_{X,Y}$, inégalité $|\rho_{X,Y}| \leqslant 1$ avec cas d'égalité.