

Programme de colle : semaine 19  
du 11 au 15 mars 2019

**Endomorphismes et matrices symétriques**

1. Endomorphismes et matrices symétriques

Endomorphismes symétriques : définition, caractérisation matricielle, endomorphismes symétriques parmi les projecteurs, si  $u$  symétrique stabilise  $F$  alors il stabilise  $F^\perp$ . Réduction des endomorphismes symétriques. Réduction des matrices symétriques réelles.

2. Application à l'étude du signe d'une forme quadratique

Formes quadratiques sur  $\mathbb{R}^n$  : définition, représentation matricielle. Forme polaire, matrice symétrique et endomorphisme symétrique associés à une forme quadratique. Inégalité  $\alpha \|x\|^2 \leq q(x) \leq \beta \|x\|^2$  où  $\alpha$  et  $\beta$  désignent les plus petite et grande valeur propre de la matrice symétrique associée à  $q$ , avec cas d'égalité. Étude du signe d'une forme quadratique en fonction des valeurs propres de la matrice symétrique associée, application à la caractérisation des formes bilinéaires positives et définies-positives.

*Remarque.* Les résultats concernant le signe d'une forme quadratique ne sont pas explicitement au programme et doivent être redémontrés en cas de besoin.

**Fonctions de plusieurs variables : optimisation**

1. Extremums locaux sur un ouvert

Point critique, condition nécessaire du premier ordre. Condition suffisante du second ordre : en un point critique, cas où la hessienne est définie-positives, définie-négative ou ne garde pas un signe constant, formulation en termes de valeurs propres. Pour une fonction de  $n = 2$  variables en utilisant les notations de Monge, alternative sur le signe de  $rt - s^2$  (pas explicitement au programme).