ECS2 – Lycée La Bruyère, Versailles
Mathématiques

# Programme de colle : semaine 2

du 24 au 28 septembre 2018

***Analyse réelle : suites et fonctions d'une variable*** (révisions)

1. Suites réelles
   Convergence et premières propriétés. Suites extraites. Convergence des suites réelles et structure d'ordre (passage à la limite dans une inégalité, théorème des gendarmes, théorème de la limite monotone, suites adjacentes). Relations de comparaison. Équations récurrentes linéaires du premier et second ordres à coefficients constants. Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$. Suites définies implicitement.
2. Limites et continuité des fonctions d'une variable réelle
   Lien limite-continuité. Caractérisation séquentielle de la limite/continuité. Théorème de la limite monotone. Théorème des valeurs intermédiaires. Théorème de la bijection. Image continue d'un segment.
3. Dérivabilité des fonctions d'une variable réelle
   Définition et premières propriétés. Théorèmes de Rolle, des accroissements finis. Monotonie et dérivation. Inégalité des accroissements finis. Application à la dérivabilité d'un prolongement par continuité. Théorème fondamental du calcul différentiel et intégral. Formules de Taylor.

Pratique des développements limités (la composition est hors-programme mais a été vue sur des exemples simples), manipulation des équivalents.

***Analyse réelle : séries*** (révisions et compléments)

1. Définition et premières propriétés
   Nature d'une série ; somme d'une série convergente. Le terme général d'une série convergente tend vers 0. Séries grossièrement divergentes. Restes d'une série convergente. Séries géométriques, formule du binôme négatif, série harmonique alternée (à titre d'exemple), séries télescopiques. Théorèmes opératoires. Séries absolument convergentes. Toute série absolument convergente est convergente. Lorsque $\sum u_n$ est absolument convergente,
   $$\left|\sum_{n=0}^{\infty} u_n\right| \leqslant \sum_{n=0}^{\infty} |u_n| \,.$$
2. Séries à termes réels positifs
   Théorème fondamental et séries de référence (séries géométriques, séries de Riemann). Théorème de comparaison. Comparaison aux séries de référence (« règles » de d'Alembert et de Riemann, hors-programme). Série exponentielle.
3. Séries semi-convergentes
   Critère de convergence spécial aux séries alternées (hors-programme).
4. Plan d'étude
5. Questions de commutativité et d'associativité *(les étudiants ne doivent pas être interrogés sur ce paragraphe, qui ne constitue pas un objectif du programme)*
   Mise en évidence de l'absence de commutativité et d'associativité pour les sommes de séries. Séries commutativement convergentes, caractérisation par la convergence absolue (admis). Familles sommables sur un ensemble dénombrable. Théorème de sommation par paquets (admis).
6. Séries doubles *(seuls les meilleurs étudiants qui le souhaiteraient seront interrogés sur ce paragraphe, s'ils ont traité correctement un premier exercice plus classique)*

T.S.V.P.

Théorème de Fubini, qui tient lieu de définition pour la notion de convergence absolue d'une série double et pour sa somme. Théorème de comparaison.