

Programme de colle : semaine 19
du 19 au 23 mars 2018

Convergences et approximations en probabilités

1. Convergence en probabilité
Définition, exemples. Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev. Loi faible des grands nombres, cas particulier d'une suite de variables de Bernoulli, interprétation. Composition par une fonction continue (admis).
2. Convergence en loi
Définition, caractérisation dans le cas d'une suite de variables à valeurs entières, exemples. Théorème central limite (admis), interprétation. Lemme de Slutsky (admis), composition par une fonction continue (admis).
3. Approximations
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson (cas des événements rares) ou la loi normale. Approximation de la loi de Poisson par la loi normale.

Fonctions de plusieurs variables : optimisation

1. Recherche d'extremums locaux sur un ouvert
Point critique, condition nécessaire du premier ordre. Condition suffisante du second ordre : en un point critique, cas où la hessienne est définie-positive, définie-négative ou ne garde pas un signe constant, formulation en termes de valeurs propres. Pour une fonction de $n = 2$ variables en utilisant les notations de Monge, alternative sur le signe de $rt - s^2$ (pas explicitement au programme).
2. Recherche d'extremums globaux et applications
Sur un ouvert : formule de Taylor avec reste intégral, application au cas où la hessienne est positive en tout point d'un ouvert convexe (à redémontrer). Cas général : existence sur un fermé borné non vide, étude sur l'intérieur et sur le bord (notions introduites sur des exemples).
3. Recherche d'extremums sous contrainte (*à partir de jeudi*)
Notion d'extremum sous contrainte, cas d'une contrainte explicite. Cas d'une contrainte définie par des égalités linéaires : sous-espace directeur, point critique sous contrainte, condition nécessaire de présence d'un extremum local sous contrainte, formulation en termes de multiplicateurs de Lagrange, exemple d'utilisation du signe partiel de la hessienne.