

Programme de colle : semaine 18
du 5 au 9 mars 2018

Fonctions de plusieurs variables : calcul différentiel du second ordre

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n et à valeurs réelles.

1. Objets du calcul différentiel du premier ordre
2. Fonctions de classe \mathcal{C}^1
3. Calcul différentiel du second ordre
Dérivées partielles secondes. Fonctions de classe \mathcal{C}^2 , théorèmes opératoires, théorème de Schwarz (admis), matrice et forme hessienne en un point. Dérivée directionnelle seconde, développement limité d'ordre 2.

Introduction en TD aux problèmes d'extremums sur un ouvert : définition, lien avec les points critiques, exemples.

Endomorphismes et matrices symétriques

1. Endomorphismes et matrices symétriques
Endomorphismes symétriques : définition, caractérisation matricielle, endomorphismes symétriques parmi les projecteurs, si u symétrique stabilise F alors il stabilise F^\perp . Réduction des endomorphismes symétriques. Réduction des matrices symétriques réelles.
2. Application à l'étude du signe d'une forme quadratique
Formes quadratiques sur \mathbb{R}^n : définition, représentation matricielle. Forme polaire, matrice symétrique et endomorphisme symétrique associés à une forme quadratique. Inégalité $\alpha \|x\|^2 \leq q(x) \leq \beta \|x\|^2$ où α et β désignent les plus petite et grande valeur propre de la matrice symétrique associée à q , avec cas d'égalité. Étude du signe d'une forme quadratique en fonction des valeurs propres de la matrice symétrique associée, application à la caractérisation des formes bilinéaires positives et définies-positives.

Convergences et approximations en probabilités

1. Convergence en probabilité
Définition, exemples. Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev. Loi faible des grands nombres, cas particulier d'une suite de variables de Bernoulli, interprétation. Composition par une fonction continue (admis).
2. Convergence en loi
Définition, caractérisation dans le cas d'une suite de variables à valeurs entières, exemples. Théorème central limite (admis), interprétation. Lemme de Slutsky (admis), composition par une fonction continue (admis).
3. Approximations
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson (cas des événements rares) ou la loi normale. Approximation de la loi de Poisson par la loi normale. *Les conditions pratiques de validité des approximations doivent être rappelées aux étudiants.*